



DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA PÁGINA WEB PARA LA ENSEÑANZA DE LA COMPUTACIÓN CUÁNTICA - QUANTUM COMPUTING INAN

Kevin Jofroit Joven Noriega

Estudiante de Ingeniería Electrónica
Universidad del Valle, Cali-Colombia



El conocimiento es de todos

Minciencias



Enlazando el futuro de los jóvenes Vallecaucanos

DEPARTAMENTO DE QUÍMICA

Grupo de Investigación computación cuántica

Tutoría a cargo del Dr. Sabre Kais

Universidad de Purdue

ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

Grupo de Investigación Bionanoelectrónica

Tutoría a cargo del Dr. Jaime Velasco

Universidad del Valle

Ministerio de Ciencia

Tecnología e Innovación

Gobernación del Valle del Cauca

Instituto Financiero para el Desarrollo del

Valle del Cauca INFIVALLE

Universidad Santiago de Cali

Pasantía Internacional "Nexo Global Valle del Cauca"

Santiago de Cali, Colombia

27 de marzo de 2022

COMITÉ EDITORIAL DE LA UNIVERSIDAD SANTIAGO DE CALI

Carlos Andrés Pérez Galindo

Rector

Claudia Liliana Zúñiga Cañón

Directora General de Investigaciones

Edward Javier Ordóñez

Editor

DISEÑO Y DIAGRAMACIÓN

Juan Diego Tovar Cardenas

librosusc@usc.edu.co



El conocimiento es de todos

Minciencias

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UNA PÁGINA WEB PARA LA ENSEÑANZA DE LA COMPUTACIÓN CUÁNTICA – QUANTUM COMPUTING INAN

Design and implementation of a website for teaching quantum computing – Quantum Computing INAN

Kevin Jofroit Joven Noriega

Estudiante de Ingeniería Electrónica
Universidad del Valle, Cali-Colombia

 kevin.joven@correounivalle.edu.co

Resumen. Este documento presenta el diseño, estructura y desarrollo de una página web para la enseñanza de computación cuántica llamada Quantum Computing INAN (In a Nutshell). La cual posee los temas mas conocidos en la computación cuántica. Los temas son impartidos de manera lineal, de modo que el usuario podrá entender desde los primeros indicios hasta el estado actual de la computación cuántica.

Palabras clave: computación cuántica, enseñanza.

Abstract. This document presents the design, structure, and development of a web page for teaching quantum computing called Quantum Computing INAN (In a Nutshell). Which has the best-known topics in quantum computing. The topics are taught in a linear way, so that the user will be able to understand from the first indications to the current state of quantum computing.

Keywords: quantum computing, teaching.

1. INTRODUCCIÓN

Hoy en día la computación cuántica ha logrado sustanciales avances en diferentes campos de la ciencia y la tecnología (Kishor Bharti, 2022). Dichas aplicaciones abarcan desde la simulación de partículas, sistemas cuánticos, problemas de optimización usando métodos cuánticos o híbridos, comunicación cuántica, etc. Sin embargo, estos conocimientos para ser adquiridos requieren un conocimiento previo de algebra lineal, fundamentos de mecánica cuántica para ser desarrollados. Debido a que es un tema recientemente abarcado y está en continuo desarrollo no se tienen suficientes herramientas en la universidad para poder enseñarlas de una manera correcta y eficiente. Algunas

universidades recientemente están abriendo cursos de maestría enfocados específicamente a la computación cuántica. Muchas de las universidades que se enfocan en carreras en STEAM tienen programas o grupos de investigación de doctorado o postdoctorado para hacer investigación de computación cuántica y sus diferentes especializaciones. También se ha hecho un análisis sobre un pensum que abarcaría una carrera de pregrado en la computación cuántica (Asfaw, 2021). Ya que la computación cuántica tendrá un impacto significativo los siguientes años en materia de investigación y desarrollo se requiere que los estudiantes de pregrado tengan un conocimiento básico sobre las

posibles aplicaciones e investigaciones que se pueden lograr en el mismo, así como también ganar un direccionamiento para su futuro profesional en esta área del conocimiento. La principal idea de este trabajo es el diseño, estructuración y desarrollo de un framework para una página web para la enseñanza de la computación cuántica a estudiantes de primeros semestres en cualquier universidad del mundo mientras sirve de apoyo para los futuros cursos de enseñanza a la misma.

El documento está estructurado de la siguiente manera. Primero se explica y resalta los trabajos ya existentes y sus metodologías implementadas en antecedentes. Segundo, se explica el nacimiento de la computación cuántica y la explicación de muchos de sus fenómenos en el marco teórico. Tercero, se detalla el desarrollo de la página web y la estructura en relación con los temas que contiene y la metodología de enseñanza que se usa en la misma. Finalmente, se dejan conclusiones respecto al trabajo desarrollado y algunos trabajos futuros a implementar, así como también el reconocimiento a los actores que hicieron este trabajo posible.

2. ANTECEDENTES

En la actualidad existen variados cursos de introducción a la computación cuántica, así como también páginas web que se especializan en ofrecer dicha información teóricamente. Tal es el caso de IBM, el cual posee cursos de introducción a la computación cuántica con su lenguaje de programación Qiskit (J. R. Wootton, 2021). Además, posee el libro electrónico orientado a la enseñanza de conocimiento de la computación cuántica a un nivel intermedio para los usuarios.

Otro ejemplo, es la página web *Quantum Computing for the very curious* (Nielsen, 2019), la cual también se enfoca en la enseñanza de la computación cuántica desde un enfoque histórico y teórico.

Todas estas páginas web previamente mencionadas están escritas en inglés, idioma que se optó por implementar en el diseño de la página web. Ya que, con esto los estudiantes se podrán introducir a los términos y conceptos que este campo contiene. Donde muchos de ellos se encuentran en el idioma inglés.

3. MARCO TEÓRICO

Desde la frase ya conmemorada del físico Richard Feynmann en la cual expresa la necesidad de arquitecturas cuánticas para poder simular fenómenos cuánticos; *"Nature isn't classical, dammit, and if you want to make a simulation of nature, you'd better make it quantum mechanical, and by golly it's a wonderful problem, because it doesn't look so easy."*. A partir de ese momento se investiga-

ron avances en el campo de la cuántica para desarrollar lo que hoy conocemos como computadores cuánticos y tener un nuevo campo de investigación llamada computación cuántica.

La computación clásica tiene sus limitaciones en términos de recursos ya que está limitada a memoria y procesamiento de información.

Sin embargo, la computación cuántica soluciona alguna parte de esos inconvenientes, pero deja sobre la mesa otros problemas que requieren un mejor conocimiento sobre la realidad que nos rodea.

La computación clásica se basa bajo el concepto de la lógica binaria. Dicha lógica corresponde al estado encendido y apagado, o como se trabaja actualmente el estado 0 y estado 1 llamados bits.

Con esto en mente se requiere cambiar el estado de los bits a voluntad aplicando cierto tipo de operaciones, estas operaciones son representadas por medio de compuertas lógicas.

Las compuertas lógicas cambian el estado de los bits de entrada para una cierta lógica. Así, si tenemos un número N de bits y queremos que se sume ese número con el mismo podemos aplicar compuertas las cuales modificarán el estado de los bits de salida.

Las compuertas clásicas más comunes son la denominada AND, OR, NOT y XOR. Dichas compuertas implementan una particular lógica sobre los bits de entrada y generan un resultado en base a la lógica de la compuerta. Ahora bien, podemos escribir todas las compuertas clásicas en términos de una sola compuerta. Esto se le conoce como una compuerta universal, la cual, usando solo una estructura específica se puede diseñar el resto de las compuertas clásicas. La compuerta NAND es considerada la compuerta universal de la computación clásica, la cual es la unión de dos compuertas clásicas, AND y NOT permitiendo en la práctica el diseño de una sola compuerta clásica.

Una vez diseñado la lógica de las compuertas lo siguiente es darle paso a una estructura más compleja. La lógica combinación y secuencia es la unión de muchas compuertas. En el primer caso tenemos compuertas sin memoria, mientras que en el segundo caso se tiene la posibilidad de tener una lógica que dependa de un estado posterior llamado secuencial.

Seguido de esto se logra el desarrollo de estructuras más complejas que utilizan muchas unidades de procesamiento y de aritmética. Logrando con esto el desarrollo actual de los procesadores, los cuales día a día se incrementan en complejidad para ofrecer más cómputo y optimizando el tamaño.



Los logros de la computación clásica son incontables y seguirán en constante desarrollo, logrando cada vez mas mejorar la calidad de vida de las personas. Sin embargo, también ha dejado a la vista las limitaciones de esta en términos de simulaciones y procesamiento.

Es aquí donde la computación cuántica toma un rol importante en los problemas que la computación clásica no puede tratar de la manera correcta o tomaría un demasiado tiempo en ser corridos.

Primero se desarrolla los mismos conceptos que en la computación clásica. Empezando por la unidad de información en la computación cuántica llamada Qubit o "*quantum bit*". Como en la computación clásica, el Qubit también se le puede asociar un estado de encendido y apagado logrando hacer lógica con ella. El Qubit también posee un estado intermedio el cual es la combinación del estado apagado y encendido el cual se le considera un estado de superposición. En este estado el Qubit se comporta como partícula cuántica mostrando los fenómenos descritos con la mecánica cuántica. Este particular fenómeno permite el desarrollo de una nueva lógica que exponencial los estados a los que se pueden acceder en comparación a la computación clásica.

Siguiendo con esta idea se tiene la necesidad de cambiar el estado de los Qubits para lograr hacer lógica con los mismos. Las compuertas cuánticas son las análogas a la computación clásica, en donde se cambiar el estado de uno o muchos Qubits permitiendo hacer estructuras más complejas sobre ellos.

Con la computación cuántica se puede lograr hacer lo mismo de la computación clásica en donde también permite hacer algoritmos cuánticos mas eficientes que los clásicos. Uno de los casos más icónicos es relacionado con la seguridad información de la clave publica y clave privada.

Este algoritmo permite la seguridad de los datos utilizados en internet. Mientras que para un computador clásico le tomaría un tiempo impráctico, como años o siglos, para un computador cuántico le tomaría un menor tiempo en comparación al clásico rompiendo así el esquema actual de seguridad. El algoritmo de Shor por esta aplicación es uno de los más conocidos en el campo debido a su gran mejora teoría respecto a los clásicos.

Actualmente se están desarrollando algoritmos clásicos que hagan frente al algoritmo de Shor, dichos algoritmos se conocen como post-cuánticos. Para cuando se tengan computadores cuánticos capaz de ejecutar el algoritmo de Shor con el suficiente número de Qubits para romper la encriptación.

Es debido a su gran complejidad física de diseñar computadores cuánticos reales que el desarrollo de algoritmos cuánticos se limita a una cantidad pequeña de Qubits.

Hoy en día existen implementaciones muy eficientes y escalables, desarrolladas por empresas o centros de investigación avanzados. Dentro de las arquitecturas para el diseño de computadores cuánticos se encuentra los computadores basados en circuitos superconductores, circuitos basados en fotones y circuitos basados en trampa de iones, entre muchas otras implementaciones.

Cada una de las arquitecturas para construir computadores cuánticos presenta sus ventajas y desventajas respecto a las demás arquitecturas, debido a que todavía no se tiene la versión mas eficiente, escalable y precisa para el diseño de los computadores cuánticos. Esto hace que se use cierto tipo de arquitectura dependiendo de la investigación a realizar.

Finalmente, cada uno de los temas requiere de un conocimiento bien fundamentado de los conceptos básico de la computación cuántica, de modo que la idea principal de la pagina web es la enseñanza de este nuevo campo para personas que recién empiezan su trayectoria.

4. DISEÑO, ESTRUCTURA Y DESARROLLO DE LA APLICACIÓN WEB

Quantum computing INAN, tiene como objetivo tener un enfoque educativo y visual sobre los conceptos de la computación cuántica, base teórica, principales circuitos, algoritmos cuánticos, y aplicaciones de esta.

La principal idea es que esta herramienta posee un método de enseñanza diferente a los demás con ayudas visuales en formato *Pixel Art* (Silber, 2017), tanto para todos los circuitos cuánticos como para los conceptos que estos abarcan.

La página web contiene una base de datos para el almacenamiento de los usuarios que en ella frecuenta. Además, debido a su diseño puede ser fácilmente adaptable y expandible para futuras versiones de esta, esto con el propósito de agregarle más funcionalidades.

La página web se puede dividir en varios capítulos a tratar y cada uno de ellos con diferentes temas de esta.

Dichos temas se relacionan con el marco teórico ya previamente desarrollado, de modo que al final de la pagina web se espera que los usuarios tengan una visión global del campo de la computa-

ción cuántica, tales como: sus aplicaciones, el estado actual y futuros retos a superar.

Como función adicional la página web cuenta al final de cada capítulo una sección de referencias y circuitos prácticos. En los cuales las referencias son enlaces externos que le ofrecen al estudiante información adicional en caso de querer indagar mejor en ella. La parte de los circuitos prácticos se apoya en un software online llamado *Quirk* (Gidney, s.f.), el cual se puede hacer uso de una interfaz para diseñar circuitos cuánticos de una cantidad considerable de Qubits o bits cuánticos. *Quirk* es usado debido a que representa y permite la visualización de los estados de los Qubits a medida que pasas a través del circuito cuanto y como se modifica su estado al final de este.

Las siguientes figuras 1,2 y 3 muestran las ventanas principales que contiene la pagina web. Las cuales se conforman de entrada de usuario y registro del usuario Figura 1 y 2. Dicha información es almacenada en una base de datos para hacer el proceso de autenticación. La Figura 3 muestra la ventana de información que hace referencia a los circuitos que se diseñan y a las referencias con las cuales se elaboró.

Figura 1. Ventana de entrada de usuarios.

QUANTUM COMPUTING IN A NUTSHELL

Please login or register to begin the aventure.

Username:

Email:

Password:

Login

Register

Figura 2. Ventana de registro de usuarios.

REGISTER TO BEGIN YOUR HISTORY

Username:

Email:

Age:

Current Status:

Previous Knowledge:

Password:

Register

Figura 3. Ventana de información sobre circuitos y referencias sobre el tema a tratar.

Circuit Links	Information Links
<ul style="list-style-type: none"> [1] Quantum Full Adder 	<ul style="list-style-type: none"> [1] Classical Adder [2] Quantum Full Adder [3] Quirk Quantum Simulator

4.1 Capítulo 1: Conceptos básicos

Este capítulo corresponde a los primeros temas de la página web, los cuales buscan introducir al estudiante desde una perspectiva historia y el cómo la computación cuántica puede ser una de las posibles tecnologías del futuro cercano.



Además, corresponde a temas de álgebra lineal básica y algunas técnicas que se pueden usar más adelante, tales son los casos del producto interno, producto externo y producto tensorial.

Este capítulo pretende introducir al usuario sobre los conceptos previos para abordar la computación cuántica, por lo que busca dar una revisión histórica de los principios de la clásica y de los logros de esta. Así como también se mencionó en el marco teórico, dar una breve explicación sobre el por qué hacer un salto a la computación cuántica y las limitaciones de la clásica.

En las figuras 4 y 5 se muestran parte del contenido y de las imágenes alusivas a la página web.

Figura 4. Tema 1 - Conceptos básicos de computación cuántica.

The very Beginning

Our journey begins at one year, in 1947 three men are changing the world at Bell Laboratories with the invention of the transistor, that three men are named John Bardeen, Walter Brattain and William Schockley, they never visualize the impact of that invention, great thing are to Computing in the following years, the third gran revolution.

The transistor, a tiny device (in nanometers sizes), but powerful inside itself is able to have two states, the turn-off state, and the turn-on state. Those are commonly represented by the 0 states and the 1 state, it also is able to scale that can easily scalable for big applications. The transistor is the basic form of all the technology that we know. As humans, we have been achieving great improvements in all the fields of natural science. The most common is the great use of the internet, spacecraft, and many other important applications. Applications that were successfully implemented thanks to the transistor.

Figura 5. Tema 2 - Conceptos básicos de la computación cuántica.

Classical Computing

Before to enter to the quantum regime, we need to have some useful concepts about classical computation to understand some analogies in the quantum computation. We will show the most common information in an easy way.
To begin we need to talk about the classical gates. Classical gates is like one operation on the bits. All the operations are describe by the true table that tell us depending of the input that we have we will have some define output, that can be see like a deterministic output.

	AND	A	B	C
	OR	0	0	0
	NOT	0	1	0
	XOR	1	0	0
		1	1	1

Let's talk about the different classical gates, are the main gates, and the most common, that is the AND gate, OR gate, XOR gate and, the NOT gate, each of those can also be represented by the corresponding true table.

NOT

A	B
0	1
1	0

OR

A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

AND

A	B	C
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

XOR

A	B	C
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Now, we can create complex circuit architecture based on the previous logic gates, circuits like the following figure, also we can pass the circuit representation to the equation representation, where all the logic is represented by some operators, we have the AND, OR, NOT, and XOR symbols representation. To tackle the equation representation we have Boole's algebra which is useful to optimize the circuit representation and do all the algebra that we need.

CLASSICAL CIRCUIT

EQUATION REPRESENTATION

$$S = C_{in} \oplus (A \oplus B)$$

BOOLEAN SYMBOLS

AND (A · B) = A · B
 OR (A + B) = A + B
 XOR (A ⊕ B) = A ⊕ B
 NOT (A) = \bar{A}

4.2 Capítulo 2: Introducción a la computación cuántica

En este capítulo se enseñan las primeras bases de la computación cuántica. Dichas bases hacen referencia a la notación que se va a tener en cuenta, la nomenclatura que se va a manejar en la misma y algunos conceptos claves. Además, se dan a conocer las primeras compuertas cuánticas y la notación de Dirac, junto con algunos circuitos básicos esenciales en la computación cuántica y su análogo clásico como el Full-Adder.

Este capítulo y sus temas pretenden dar una imagen panorámica respecto a los conceptos básicos de la computación cuántica para tener las herramientas necesarias para abordar los conceptos más adelante presentados.

Las figuras 6 y 7 muestran parte de la información proporcionada en el Capítulo 2 de la página web.

Figura 6. Tema 5 - Introducción a la computación cuántica.

Quantum Computing Principles

Now we are in the quantum regime, and we will begin in the same way that classical computing. In classical computing we have the transistor that can be in the state 0 or 1, and we call it bit, in quantum computing, the minimal unit of information is the quantum-bit or the qubit that is mostly know, the qubit can be also in the state 0 or 1, but also can be state in a combination of the two states call superposition, que graphic representation of the qubit is a 3D sphere also call the Bloch sphere that you can see below, also we show the mathematical description of the qubit.

Qubit 3D Representation Bloch Sphere

Qubit Mathematical Description

$$|\Psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

The two constants alpha and beta, are complex numbers that when squared give us the probability of finding the state in a certain state. That is knowing by the born rule and representing the expectation value to find the certain state. One important fact is that the qubit is expressed in the Dirac notation because we take an important focus on linear algebra. Now, let's see how the two qubit representation is shown.

Two Qubits representation

$$\left. \begin{aligned} |\Psi_0\rangle &= \alpha_0|0\rangle + \beta_0|1\rangle \\ |\Psi_1\rangle &= \alpha_1|0\rangle + \beta_1|1\rangle \end{aligned} \right\} |\Psi_0\rangle|\Psi_1\rangle = ?$$

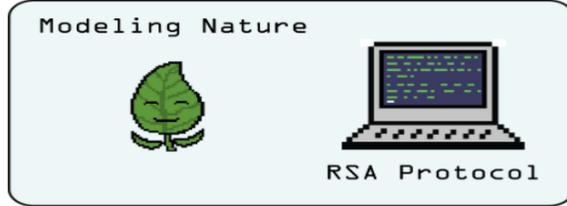
Two Qubits Dirac Notation

$$|\Psi_0\rangle|\Psi_1\rangle = \alpha_0\alpha_1|00\rangle + \alpha_0\beta_1|01\rangle + \alpha_1\beta_0|10\rangle + \alpha_1\beta_1|11\rangle$$

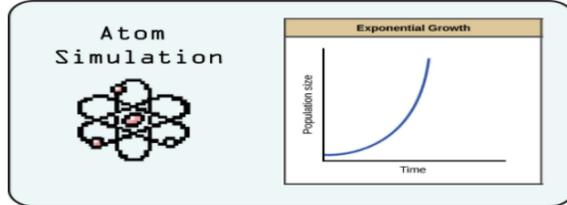
Figura 7. Tema 3 – Introducción a la computación cuántica.

From Classical to Quantum

In the 1929 Richard Feynman give us the concept of future computers "Nature isn't classical, dammit, and if you want to make a simulation of nature, you'd better make it quantum mechanical, and by golly it's a wonderful problem, because it doesn't look easy." and introduce the idea of quantum computers, that today is a reality. The problems that overcome today classical computers are limited by the information that can store and the amount of time that need to develop certain algorithms, one common example that we take in the next section, is the problem related to factorize a big integer that is the product of two primes numbers, that simple problem is the heard of the security on these days (RSA protocol), for a classical computer take a couple of decades to find those numbers.



Another common problem that cannot be overcome by classical computers is related to the quantum field, the simulation in quantum mechanics is very expensive and needs to be approximated and solved by numerical analysis. This is due to the number of states to represent a quantum state growing exponentially in the classical regime. Some of them are in many-body physics, are related to problems that have many particles interacting with each other. Forming a very high differential equation to be intractable for computers nowadays.



4.2 Capítulo 3: Circuitos y Algoritmos cuánticos

Por último, el capítulo 3 dedicado a los circuitos y algoritmos cuánticos muestra los circuitos básicos en la computación cuántica, tal es el caso del circuito de entrelazamiento, el circuito de GHZ (Greenberger-Horne-Zeillinger), y la transformada cuántica de Fourier. En los temas dedicados a los algoritmos cuánticos se dan a conocer los algoritmos más comunes y mejores conocidos, tal es el caso del algoritmo de Deutsch Jotza (Jozsa, 1992), Grover (Grover, 1996) y el algoritmo de factorización de Shor (Shor, 1994). Finalmente concluye con una introducción al desarrollo físico de las computadoras cuánticas usando la tecnología de circuitos superconductores de IBM (Philip Krantz, 2019).

5. CONCLUSIONES

Quantum Computing INAN es una aplicación web la cual tiene por objetivo enseñar la computación cuántica principalmente por medios visuales a través de figuras hechas con temática Pixel Art. Dando además información en cada capítulo para que el lector pueda indagar a fondo sobre cada tema en específico.

6. FUTUROS TRABAJOS

Quantum Computing INAN se puede expandir tanto como sea posible. Se quiere que para futuras versiones de la página web tenga un diferenciador de categoría, en la cual se pueda introducir si la aplicación va a ser usada por un curso entero y otorgar permisos al profesor de este para monitoria a sus estudiantes.

Además, se espera que las imágenes y los circuitos cuánticos posean movimiento en formato de GIF para hacer más intuitivo el aprendizaje.

7. RECONOCIMIENTOS

Este trabajo fue desarrollado bajo el apoyo del programa Nexo Global Valle del Cauca, el cual, es financiado por el fondo de Ciencia, Tecnología e Innovación del Departamento del Valle del Cauca y la Gobernación del Valle del Cauca, en un trabajo mancomunado entre el instituto Financiero del Valle – INFIVALLE, la Universidad Santiago de Cali, el Ministerio de Ciencia y Tecnología de Colombia, Purdue University, y como participante beneficiario del programa la Universidad del Valle.

REFERENCES

- Asfaw, A. B. (2021). Building a Quantum Engineering Undergraduate Program. *arXiv preprint arXiv:2108.01311*.
- Gidney, C. (n.d.). *Quirk*. Retrieved from My Quantum Circuit Simulator: Quirk: <https://algassert.com/2016/05/22/quirk.html>
- Grover, L. K. (1996). A fast quantum mechanical algorithm for database search. *Proceedings of the Twenty-eighth Annual ACM Symposium on Theory of Computing.*, 212-219.
- J. R. Wootton, F. H. (2021). Teaching quantum computing with an interactive textbook. *IEEE International Conference on Quantum Computing and Engineering (QCE)*, 385-391.
- Jozsa, D. D. (1992). Rapid solutions of problems by quantum computation. *Proceedings of the Royal Society of London*, 553-558.
- Kishor Bharti, A. C.-L.-L.-K.-C.-G. (2022). Noisy intermediate-scale quantum algorithms. *Rev. Mod. Phys.*, 94.
- Nielsen, A. M. (2019). *Quantum Computing for the Very Curious*. Retrieved from <https://quantum.country/qcvc>
- Philip Krantz, M. K. (2019). A Quantum Engineer's Guide to Superconducting Qubits. *Applied Physics Reviews* 6, 021318.



Shor, P. (1994). Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring. *Proceedings 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science. IEEE Comput. Soc. Press*, 124-134.

Silber, D. (2017). *Pixel Art for Game Developers*. CRC Press.

Cita recomendada

Joven Noriega, K. J. (2022). Diseño e implementación de una página web para la enseñanza de la computación cuántica - *Quantum Computing INAN. Nexo Global. Artículos de reflexión*, pp. 1-9.